МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ

ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра комп’ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ

ПРО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни

«Імовірносно-статистичні методи інформаційних технологій»

Тема «Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин»

Студент гр. КН-23-1 Лимар Д. Д.

Викладач к. т. н., доц. В. М. Сидоренко

Кременчук 2024

**Зміст**

[Виконання практичної роботи 3](#_Toc185934996)

[Завдання 10 3](#_Toc185934997)

[Завдання 11 4](#_Toc185934998)

[Завдання 12 6](#_Toc185934999)

[Завдання 13 7](#_Toc185935000)

[Завдання 14 8](#_Toc185935001)

[Контрольні питання 10](#_Toc185935002)

# Виконання практичної роботи

## Завдання 10

**Постановка задачі:** Часовий інтервал між надходженнями пакетів даних у комп’ютерній мережі зі швидкістю передавання даних 10 Мбіт/сек підприємства має експоненціальний розподіл з параметром λ = 15 мкс.

Знайти: середню довжину інтервалу; дисперсію довжини інтервалу; СКВ довжини інтервалу; імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів перевищить 20 мкс; імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів буде у межах 10 < Х < 15 мкс.

**Розв’язання:**

Експоненціальний розподіл описується щільністю ймовірності:

де λ = 15 мкс-1.

1. Середня довжина інтервалу:

Для експоненціального розподілу середнє значення (математичне сподівання) дорівнює:

підставимо та отримаємо:

1. Дисперсія довжини інтервалу:

Для експоненціального розподілу дисперсія визначається як:

підставимо = 15:

1. Середнє квадратичне відхилення:
2. Імовірність, що часовий інтервал перевищить 20 мкс:

Імовірність для експоненціального розподілу дорівнює:

Підставимо *x = 20* і *= 15*:

1. Імовірність, що інтервал у межах :

обчислюється як:

Спрощуємо:

Через велику величину ймовірності для інтервалів понад кілька мікросекунд є практично нульовими.

## Завдання 11

**Постановка задачі:** Параметри генератора псевдовипадкових чисел random, що входить до інтегрованого середовища Turbo Pascal за замовчанням дорівнюють a = 0, b = 1.  
Знайти: математичне сподівання; дисперсію; середнє квадратичне відхилення; ймовірність того, що X > 0.5.

**Розв’язання:**

1. Математичне сподівання:

підставимо *a = 0*, *b = 1*:

1. Дисперсія:

Дисперсія для рівномірного розподілу визначається за формулою:

підставимо *a = 0*, *b = 1*:

1. Середнє квадратичне відхилення:

квадратний корінь із дисперсії:

обчислимо:

1. Ймовірність того, що X > 0.5:

ймовірність обчислюється як:

підставимо *a = 0*, *b = 1*, *x = 0.5*:

## Завдання 12

**Постановка задачі:** Автомат виготовляє кульки. Кулька вважається стандартною, якщо відхилення X діаметра кульки від проєктного розміру за абсолютною величиною менше, ніж 0.7мм. Вважається, що НВВ X має нормальний розподіл з СКВ = 0.4мм. Знайти, скільки в середньому буде стандартних кульок серед 100 виготовлених.

**Розв’язання:**

1. **Ймовірність того, що кулька стандартна**:

Для нормального розподілу:

Використовуємо стандартизацію:

для , межі:

Ймовірність обчислюється через стандартний нормальний розподіл Ф(Z):

Для стандартного нормального розподілу:

Тому:

1. **Середня кількість стандартних кульок серед 100**:

Якщо виготовляється 100 кульок, то очікувана кількість стандартних кульок:

Підставимо значення:

У середньому серед 100 кульок буде стандартними приблизно **92 кульки**.

## Завдання 13

**Постановка задачі:** Випадкові похибки вимірювань мають нормальний розподіл із СКВ мм і математичним сподіванням . Знайти ймовірність того, що з трьох незалежних вимірювань похибка хоча б одного не перевищить за абсолютною величиною 4 мм.

**Розв’язання:**

1. Ймовірність для одного вимірювання:

Стандартизуємо:

Знаходимо значення функції стандартного нормального розподілу Ф(Z):

З таблиці стандартного нормального розподілу:

Тому:

1. Ймовірність для трьох вимірювань:

Позначимо:

Ймовірність того, що жодна з трьох похибок не задовольняє умову

:

тобто:

ймовірність того, що хоча б одна похибка задовольняє умову:

1. Ймовірність того, що хоча б одна з трьох похибок не перевищить за абсолютною величиною 4 мм, становить приблизно 0.4042 (або 40.42%)

## Завдання 14

**Постановка задачі:** Автомат штампує деталі. Контролюється довжина деталі , що має нормальний розподіл з математичним сподіванням мм (проєктна довжина). Фактична довжина виготовлених деталей не менше, ніж 32 та не більше, ніж 68 мм. Знайти ймовірність того, що довжина наугад взятої деталі: а) більше, ніж 55 мм; б) менше, ніж 40 мм.

**Розв’язання:**

1. Умови задачі:

довжина деталі:

межі розподілу:

потрібно знайти ймовірність:

1. ;
2. ;
3. Знаходимо ймовірність для випадку (a):

стандартизація:

ймовірність:

Знаходимо ймовірність для випадку (б):

стандартизація:

ймовірність:

1. Узагальнене рішення:

для (а):

для (б):

1. Відповідь:

а) Ймовірність того, що довжина більше ніж *55 мм*, становить **0.3085** (30.85%).  
б) Ймовірність того, що довжина менше ніж *40 мм*, становить **0.1587** (15.87%).

# Контрольні питання

1. **Навести кілька прикладів дискретної випадкової величини?**

Це величина, яка може приймати лише окремі значення (зазвичай цілі або раціональні числа), і кожне з цих значень має певну ймовірність.

Наприклад: Кількість студентів, які здали екзамен

Значення: , де *n* – загальна кількість студентів.

ДВВ описує кількість успішних спроб скласти екзамен.

1. **Навести кілька прикладів неперервної випадкової величини?**

Це величина, яка може приймати будь-яке значення з деякого інтервалу числової прямої. Ймовірність для НВВ визначається через щільність розподілу, а ймовірність того, що НВВ приймає конкретне значення, дорівнює нулю*.*

Наприклад: Час очікування автобуса на зупинці.

Значення: , де T – максимальний час очікування.

НВВ представляє кількість хвилин, які пасажир очікує автобус.

Вага випадково обраного яблука.

Значення: , де – максимально можлива вага.

НВВ представляє вагу яблука у грамах або кілограмах.

1. **Чи для всіх розподілів існують математичне сподівання і дисперсія?**

Математичне сподівання та дисперсія існують не для всіх розподілів випадкових величин. Існування цих характеристик залежить від властивостей розподілу.

Математичне сподівання існує, якщо інтеграл (для неперервних величин) або сума (для дискретних величин) від добутку значення випадкової величини на її ймовірність сходиться.

Дисперсія існує, якщо математичне сподівання існує, і додатково існує інтеграл (або сума) від квадрата відхилення випадкової величини від математичного сподівання.

1. **Яка форма закону розподілу є універсальною і може бути застосовна як для ДВВ, так і для НВВ?**

Нормальний розподіл є універсальним у тому сенсі, що може застосовуватися як для дискретних, так і для неперервних випадкових величин завдяки теоретичним властивостям та центральній граничній теоремі.

Нормальний розподіл часто апроксимується дискретними розподілами, наприклад, у випадку великих значень *n* (згідно з центральною граничною теоремою). Вона стверджує, що сума або середнє значення великої кількості незалежних ідентично розподілених випадкових величин наближається до нормального розподілу, навіть якщо самі величини мають будь-який розподіл.

Нормальний розподіл має безпосереднє застосування як у теоретичних моделях, так і на практиці для багатьох процесів, таких як вимірювання фізичних величин, економічні та фінансові дані, шуми в комунікаціях тощо.

1. **Як виправдати використання математичного сподівання як числової характеристики для розподілу, який не має скінченного математичного сподівання?**

Використання математичного сподівання як числової характеристики для розподілу, який не має скінченного математичного сподівання, може бути виправдане в деяких випадках за допомогою спеціальних підходів або за умови, що інші характеристики або інтерпретації розподілу дають корисні результати.

Якщо математичне сподівання не існує, можна використовувати інші характеристики розподілу, такі як:

*Медіана* — розподіл можна описати через значення, яке ділить його на дві рівні частини.

*Мода* — найчастіше зустрічається значення.

*Функції втрат* — дозволяють оцінити ефективність розподілу без математичного сподівання.

*Центральна гранична теорема* — дозволяє використовувати апроксимацію через нормальний розподіл для великих вибірок.

Таким чином, хоча математичне сподівання може бути не визначене, інші характеристики дозволяють ефективно аналізувати розподіл.